

Светлов Н.М.
Москва, РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева

МОДЕЛЬ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ ВАЛЮТНОГО СОЮЗА

1. Мотивация исследования

Законы системной динамики совокупности экономик, способных осуществлять кредитную эмиссию платёжных средств, пока ещё слабо изучены. Интерес к их исследованию возрос в связи с острым кризисом задолженности ряда стран Евросоюза. В случаях, когда национальная монетарная политика приобретает отраслевую специфику — например, банки, обслуживающие отдельные отрасли, получают преференции — понимание этих законов также имеет существенное значение.

Другое обстоятельство, привлекающее внимание к исследованиям такого рода, — высказываемая в [4] гипотетическая возможность повышения вероятности конкурентных равновесий, предпочитаемых с точки зрения научно обоснованного метакритерия (в предположении существования регулятора, заинтересованного в его соблюдении).

В статье представлены результаты одного из этапов изучения причинно-следственных связей, определяющих динамику финансовых процессов в экономике во взаимосвязи с производственными процессами. Основных задач этапа три:

- ♦ отбор и оценка приёмов экспликации факторов, в комплексе определяющих динамику денежной массы и объёмов производства, и способов их формального представления;
- ♦ регистрация динамических свойств модели, отражающей отобранные факторы, и выдвигание на этой основе гипотез для последующей проверки;
- ♦ регистрация влияния, оказываемого на ценообразование и отраслевые пропорции производства со стороны распределения контроля над денежной массой между экономическими агентами какого-либо типа (например, государствами-участниками валютного союза).

2. Обзор предшествующих исследований и выбор методического подхода

Накопленный экономической наукой опыт формализации финансовых процессов на национальном и наднациональном уровнях представлен различными вариантами макроэкономических моделей. Наиболее распространённые модели можно отнести к четырём группам.

- а) Модели спроса и предложения денег, к числу которых относятся хрестоматийная модель LS/LM и её модификации, такие, как модель Мандела-Флеминга, учитывающая внешнюю торговлю [6,8]; модель с бюджетным ограничением правительства и учётом инфляционных

- ожиданий в функции спроса на деньги [5], в которой основным фактором эмиссии является бюджетный дефицит; динамические модели общего равновесия с заданными межвременными предпочтениями [9].
- б) Теоретико-игровые модели, позволяющие формализовать мотивацию центрального банка [7].
- в) Модели трансмиссионного механизма, список которых весьма обширен (см. обзор в [2]).
- д) Модели динамики денежной массы: [3, 13].

Первые две группы моделей не предоставляют исследователю необходимые изобразительные средства для решения сформулированных выше задач. Модели трансмиссионного механизма весьма привлекательны для решения поставленных задач: они охватывают широкий круг причинно-следственных связей, основаны на тщательно разработанной методологии, доказали практическую применимость. Однако их слабое место состоит в неопределённости границ применимости, доказываемой наблюдаемыми качественными различиями в функционировании трансмиссионного механизма в разных странах. Имеющиеся в литературе объяснения этих различий пока не приобрели форму единой непротиворечивой теории. В частности, с их помощью трудно понять, почему, например, в течение ряда лет или десятилетий на одном и том же континенте могут более-менее устойчиво функционировать экономики с близким темпом роста, со схожей структурой цен в реальном секторе, но с уровнем процентной ставки по кредитам, различающимся на десяток пунктов и более.

Указанные соображения привели автора к выводу об обращении к парадигме системной динамики. Судя по имеющейся литературе, модели системной динамики пока не пользуются широким интересом со стороны специалистов по монетарной экономике; однако для решения тех задач, которые сформулированы выше, альтернативы им в существующем методическом арсенале монетаризма не находится.

Среди работ данного направления модель [3] выгодно отличается от [13] тремя особенностями: спрос на деньги взаимосвязан с рентабельностью ведения бизнеса — нормально распределённой случайной величиной с заданной дисперсией; предложение кредита ограничено как активами банков, так и залоговыми ресурсами реального сектора; модель оперирует существенно меньшим числом переменных. Поэтому естественна идея использовать модели, подобные представленным в [3], в качестве блоков разрабатываемой модели координации монетарных политик.

Такой подход приводит к следующей трудности: на множестве возможных состояний такой модели не удаётся ввести экономически содержательное полное отношение порядка. При постановке компьютерных экспериментов имеются две возможности её преодоления: случайный выбор одного из оптимальных по Парето состояний либо введение некоторого

формального правила предпочтения одного из оптимумов по Парето. На данной фазе исследования отрабатывается второй вариант.

3. Формулировка модели

Модель состоит из субмоделей, описывающих три экономики, и координирующей задачи математического программирования. В каждой субмодели динамика денежной массы определяется по следующей схеме: рассчитывается средняя рентабельность бизнеса (включающая внереализационные доходы и потери) как функция прироста денежной массы (для начального момента она задана); исходя из заданной дисперсии рентабельности вычисляется выбытие убыточных производственных мощностей из хозяйственного оборота; рассчитывается максимально возможный темп роста с учётом выбытия активов и результатов внешней торговли; определяется потребность в кредитной эмиссии; вычисляется прирост денежной массы; цикл расчётов повторяется для следующего шага модельного времени.

Процессы, происходящие в каждой локальной субмодели, координируются задачами математического программирования, предназначенными для расчёта объёмов производства и цен в каждой экономике в каждый момент модельного времени.

Существенная особенность модели состоит в том, что номинальная залоговая стоимость активов пропорциональна размеру денежной массы. Она вытекает из двух предположений:

- ♦ о постоянстве скорости оборота денежной массы, которая всегда составляет один оборот за один шаг модельного времени (если часть денежной массы не требуется для производственного оборота, считается, что она обслуживает внепроизводственный оборот);
- ♦ о мере стоимости денег: стоимость денежной массы определяется стоимостью противостоящего ей объёма агрегированной продукции, произведённого локальной экономикой в соответствующем моменте модельного времени.

3.1. Параметры и переменные модели

Множества и индексы:

$T = \{t | t = \overline{1;50}\}$ – множество моментов модельного времени;

I – множество локальных экономик; $i \in I$; $j \in I$.

Параметры:

$\mathbf{A} = (a_{ij})$ – матрица прямых затрат агрегированной продукции каждой локальной экономики на производство единицы агрегированной продукции данной локальной экономики;

$\mathbf{a}_i = (a_{ij})$ – вектор, состоящий из компонентов i -строки матрицы \mathbf{A} ;

$\mathbf{a}_j = (a_{ij})$ – вектор, состоящий из компонентов j -столбца матрицы \mathbf{A} .

α_{1i} – максимальный темп роста производственных мощностей локальной экономики i ;

α_{2i} – предельная доля выбытия производственных мощностей за один шаг модельного времени в расчёте на текущий объём агрегированного выпуска локальной экономики i ;

α_{3i} – процент за банковский кредит в локальной экономике i (в долях);

α_{4i} – параметр избыточного финансирования прироста потребности в деньгах в локальной экономике i ;

α_{5i} – максимальный размер кредита в расчёте на единицу залога в локальной экономике i ;

α_{6i} – максимальный размер кредита в расчёте на единицу банковского капитала в локальной экономике i ;

α_{7i} – ставка рефинансирования центрального банка локальной экономики i ;

α_{8i} – параметр масштабов списания кредитов при банкротствах в локальной экономике i ;

ε – параметр приоритета целевых функций при свёртке векторного критерия;

σ_i^2 – дисперсия рентабельности бизнеса в локальной экономике i ;

\mathbf{d}_0 – вектор начальных размеров денежной массы в локальных экономиках;

ω_{i0} – начальный размер капитала банков в локальной экономике i ;

\mathbf{x}_0 – вектор начальных запасов агрегированной продукции каждой локальной экономики (во всех модельных экспериментах считался состоящим из единиц).

Во всех компьютерных экспериментах предполагалось

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,4 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix},$$

что соответствует ситуации очень высокой зависимости моделируемых локальных экономик от внешней торговли. Значение принято равным 0,001.

Переменные координирующей задачи, решаемой для момента модельного времени t :

$\mathbf{x}_t = (x_{it})$ – вектор объёмов агрегированных выпусков продукции локальных экономик;

\mathbf{p}_t – вектор цен агрегированной продукции каждой локальной экономики;

k_{1t} – рентабельность производственных затрат (чистая прибыль от реализации продукции к прямым затратам на её производство);

k_{2t} – темп роста.

Во всех поставленных экспериментах в качестве цен начального момента модельного времени принимались цены неймановского луча для матрицы **A**.

Переменные моделей локальных экономик, относящиеся к моменту модельного времени t :

$\mathbf{d}_t = (d_{it})$ – вектор размеров денежной массы в локальных эконмиках (все три экономики пользуются единой валютой);

$\mathbf{b}_t = (b_{it})$ – вектор производственных мощностей в локальных эконмиках;

Δb_{it} – выбытие производственных мощностей в локальной экономике i из-за нерентабельности бизнеса;

l_{it} – общая сумма задолженности по коммерческим кредитам в локальной экономике i ;

s_{it} – общая сумма задолженности банков центральному банку в локальной экономике i ;

Δl_{it} – объём списания задолженности в локальной экономике i в связи с банкротствами;

ω_{it} – размер капитала банков в локальной экономике i ;

c_{it} – производственные издержки локальной экономики i ;

r_{it} – средняя рентабельность бизнеса в локальной экономике i ;

u_{it} – уровень инфляции в локальной экономике i ;

3.2. Локальная субмодель экономики

- 1) Вычисление размера производственных мощностей:

$$b_{i0} = 0; b_{it} = \max(b_{i,t-1}, \alpha_{1i} x_{i,t-1}) - \Delta b_{i,t-1}.$$

- 2) Расчёт выбытия производственных мощностей из-за нерентабельности бизнеса:

$$b_{i0} = 0; \Delta b_{it} = x_{it} \cdot \min \left(\alpha_{2i}; \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-((x-r_i)^2/2\sigma_i^2)} dx \right).$$

- 3) Расчёт производственных издержек:

$$c_{it} = x_{it} \cdot (\mathbf{p}_i^T \mathbf{a}_i).$$

- 4) Расчёт денежной массы:

$$d_{it} = \max \left\{ d_{i,t-1} + l_{it} - l_{i,t-1} - \alpha_{3i} l_{i,t-1} + \Delta l_{i,t-1} - c_{it} + p_{it} \cdot (\mathbf{a}_j^T \mathbf{x}_i); 0 \right\};$$

Слагаемое Δl_{it} выражает тот факт, что списание задолженности на данную сумму уменьшает размер задолженности по кредитам, но при этом не уменьшает денежную массу.

- 5) Расчёт средней рентабельности бизнеса в локальной экономике:

$$r_{it} = \frac{d_{it} - d_{i,t-1}}{c_{it}}.$$

- 6) Расчёт размера капитала банков в локальной экономике:

$$\omega_{it} = \max \left\{ \omega_{i,t-1} + \alpha_{3i} \cdot l_{i,t-1} - \Delta l_{i,t-1} - \alpha_{7i} \cdot s_{it}; 0 \right\}.$$

- 7) Расчёт суммы задолженности по коммерческим кредитам в локальной экономике:

$$l_{i0} = 0; l_{it} = \max \left\{ \min \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{4i} \cdot \max(c_{it} - c_{i,t-1}, 0) + (1 + \alpha_{3i}) \cdot l_{i,t-1} - \Delta l_{i,t-1}; \\ \alpha_{5i} d_{i,t-1}; \\ \alpha_{6i} \omega_{it}; \end{array} \right. 0 \right\}.$$

- 8) Расчёт списания задолженности в локальной экономике:

$$\Delta l_{i0} = 0; \Delta l_{it} = \min \left\{ \alpha_{8i} \cdot \frac{\Delta b_{it}}{x_{it}} \cdot l_{it}; 0 \right\}.$$

- 9) Расчёт задолженности банков центральному банку локальной экономики:

$$s_{i0} = 0; s_{it} = \max(l_{it} + \alpha_{7i} \cdot s_{i,t-1} - \omega_{it}; 0).$$

В данной версии модели принимается, что выдача кредита сверх наличного банковского капитала требует обязательного обращения к кредиту центрального банка и уплаты соответствующих процентов.

- 10) Расчёт уровня инфляции в локальной экономике:

$$u_{it} = \frac{d_{it} \cdot x_{i,t-1}}{x_{it} \cdot d_{i,t-1}} - 1.$$

3.3. Координирующая задача

Процессы, происходящие в каждой локальной субмодели, координируются задачами математического программирования вида

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Ax}_t \leq \mathbf{x}_{t-1} - \text{баланс благ};$$

$$\mathbf{0} \leq \overline{\mathbf{x}_t(\mathbf{p}_t\mathbf{A})} \leq \mathbf{d}_{t-1} - \text{потребность в капитале};$$

$$\overline{\mathbf{p}_t(\mathbf{Ax}_t)} \geq (1 + k_{1t})\overline{\mathbf{x}_{t-1}(\mathbf{p}_{t-1}\mathbf{A})} - \text{норматив доходности};$$

$$\mathbf{x}_t \geq k_{2t}\mathbf{x}_{t-1} - \text{норматив прироста реальных активов};$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x}_t \leq \mathbf{b}_{t-1} - \text{обеспеченность производственными мощностями};$$

$$\mathbf{p}_t \geq \mathbf{0}, k_{1t} > 0, k_{2t} > 0;$$

$$\min(1 + k_{1t}, k_{2t}) + \varepsilon \cdot (k_{1t} + k_{2t}) \rightarrow \max.$$

Запись $\overline{\mathbf{xy}}$ обозначает вектор произведений компонентов двух векторов. Данная задача решается для каждого момента модельного времени относительно переменных \mathbf{x}_t , \mathbf{p}_t , k_{1t} и k_{2t} .

Предполагается, что агенты каждой экономики действуют таким образом, чтобы максимизировать коэффициент k_{1t} . Они могут достичь этой цели при сколь угодно малых объёмах выпуска, поскольку величина k_{1t} в модели обусловлена не производством, а темпом прироста денежной массы. Однако другое предположение модели заключается в том, что агенты, находясь под конкурентным давлением, не допускающим неограниченного роста цен, вынуждены максимизировать выпуск в рамках имеющихся производственных ограничений. Целевая функция координирующей задачи представляет собой один из вариантов свёртки двухкомпонентной целевой вектор-функции соответствующей задачи векторного программирования.

В случае недоиспользования выпуска убыток ложится на его покупателя. Другими словами, предполагается, что произведённая продукция находит сбыт и оплачивается в полном объёме, а приобретённые элементы производственных затрат, оказавшиеся излишними, полностью списываются.

3.4. Компьютерный инструментарий

Наличие координирующих задач математического программирования препятствует реализации модели с помощью инструментальных средств моделирования системной динамики (VenSim, AnyLogic и др.). Для расчётов использована связка табличного процессора Excel, инструментального средства статистических расчётов R [10] и программного средства Rdonlp2 [12] для численного решения задач нелинейного программирования.

Данное средство реализует метод последовательного квадратичного программирования (SQP) [11], который обеспечивает более надёжное отыскание оптимума в сравнении с методами Ньютона и сопряжённых гра-

диентов, традиционно используемыми для решения подобных задач на компьютерах. Тем не менее, постановка компьютерных экспериментов требует операторского контроля качества решения координирующих задач математического программирования. В ряде случаев (например, если допустимое решение не найдено) для отдельных моментов модельного времени приходится индивидуально задавать начальные приближения значений переменных задачи.

На настольном ПК с тактовой частотой 2 ГГц один прогон модели обычно занимает от 3 до 10 мин. вне зависимости от числа ядер процессора. Значительная длительность прогона стала причиной использования сценарного метода вместо случайных испытаний модели. Сочетания значений случайных параметров устанавливались исследователем исходя из теоретических предположений об ожидаемых эффектах и с учётом результатов предшествующих прогонов. Представленные ниже результаты основаны на обобщении материалов более чем 100 прогонов.

4. Результаты и обсуждение

4.1. Результаты

Главный результат исследования состоит в том, что цены, формирующиеся в подобной системе, закономерно и устойчиво отличаются от цен динамического равновесия, задаваемых матрицей \mathbf{A} . При этом финансовый баланс поддерживается за счёт различных объёмов кредитной эмиссии в локальных экономиках. Значительная часть продукции систематически не находит сбыта, поскольку максимум дохода, измеряемого в неравновесных ценах, достигается при неэффективном использовании ресурсов. Моделируемая система отличается плохой управляемостью из-за присутствия её эффектов нелинейной динамики.

В пренебрежении обслуживанием задолженности центральному банку и различиями между тремя экономиками необходимые условия неограниченно длительного функционирования моделируемой системы выражаются соотношениями

$$r = \frac{\rho \cdot (k-1)}{1+\rho}, \lambda \geq \frac{k-1}{\rho \cdot (k-r-1)}, \mu \geq \frac{k \cdot (k-1)}{(k-r-1)}, \quad (1)$$

где r – банковский процент, λ – максимальная сумма кредита, выдаваемая в расчёте на единицу капитала банков, μ – максимальная сумма кредита, выдаваемая на единицу залога, k – средний темп роста денежной массы, ρ – размер капитала банков по отношению к денежной массе (см. приложение в конце статьи). Из последнего неравенства следует, что если темпы прироста экономики превышают банковский процент, а сумма выдаваемого кредита ни при каких условиях не превышает стоимость залога, то исчерпание залоговых ресурсов неизбежно.

Траектории длительного квазиустойчивого роста с периодическими колебаниями его темпов возможны в ситуациях, когда ограничение по залоговым ресурсам неэффективно. При таком квазиустойчивом росте неравновесные соотношения цен могут сохраняться или меняться незначительно в течение достаточно длительных периодов времени. Шоки, вызванные исчерпанием залоговых ресурсов или ресурсов банковского капитала для получения (выдачи) кредитов, приводят к неустойчивости цен, недоиспользованию производственного потенциала и коллапсирующему спаду производства.

Периоды квазиустойчивого функционирования могут иметь место условиях преобладания как дефляции, так и инфляции. В первом случае экономика постепенно теряет денежную массу: такой режим не характерен для экономической действительности и, очевидно, возникает в условиях, выходящих за границы адекватности модели. Причина сжатия денежной массы заключается в выплате процентов по ранее взятым кредитам, превосходящих возможности пополнения денежной массы за счёт новых кредитов. Во втором случае при реалистичных предположениях о норме залога экономика достаточно быстро исчерпывает имеющиеся залоговые ресурсы и коллапсирует.

Существуют режимы, в которых динамика денежной массы в моделируемых экономиках существенно различается: денежные средства могут концентрироваться в одной экономике, а другие две могут их утрачивать, и наоборот. При этом возникают противоречивые суждения об инфляции. Инфляция, отражаемая динамикой цен, по которым ведётся торговля между тремя экономиками, не соответствует внутренней инфляции, выражаемой изменением соотношения реального капитала и денежной массы каждой экономики. Этот феномен служит объяснением ситуации сравнительно быстрого падения покупательной способности доллара на мировых рынках при низких темпах роста цен в экономике США, наблюдавшейся с 80-х гг. прошлого века вплоть до начала финансового кризиса в зоне евро.

Исследование шоков со стороны отдельной экономики (в сравнении с ситуациями, в которых параметры всех экономик, за исключением представленных матрицей **A**, одинаковы либо сбалансированы) показало следующие результаты.

- 1) Экономика, характеризующаяся более высокими темпами освоения капитальных вложений в сравнении с конкурентами, может добиться большей устойчивости производства и контроля над инфляцией, однако платой за это может стать снижение рентабельности бизнеса и частичная утрата конкурентных преимуществ.
- 2) Повышение банковского процента в одной из экономик приводит к нарастанию нестабильности во всей системе и способно ухудшить производственные показатели во всех взаимодействующих экономиках без существенного влияния на рентабельность их бизнеса.

- 3) Снижение ставки рефинансирования в некоторой экономике способно дать ей слабый положительный эффект, выражающийся в росте рентабельности бизнеса в отдельные периоды. Остальные экономики испытывают некоторое снижение рентабельности. Заметных изменений объёмов производства при этом может и не произойти.
- 4) Рост начальной денежной массы в одной из экономик приводит к труднопредсказуемым последствиям, в большинстве случаев неблагоприятным. Изменения затрагивают производство, финансы и цены.
- 5) В некоторых экспериментах снижение дисперсии рентабельности бизнеса одной из экономик приводило к резкой смене тренда объёмов производства во всех экономиках с восходящего на нисходящий при сохранении достаточно высокого уровня рентабельности и устойчивом росте денежной массы. Однако при некоторых значениях начальных параметров чувствительность эксперимента к изменению дисперсии рентабельности одной отрасли практически отсутствовала. В целом реакция системы на изменение дисперсии рентабельности бизнеса почти не поддаётся прогнозированию.
- 6) Ужесточение требований к залогом в одной из отраслей может благоприятно повлиять на рентабельность бизнеса всех отраслей на фоне нарастания волатильности цен.
- 7) Смягчение требований по достаточности собственного капитала банков в одной из экономик привело в некоторые моменты времени к существенному росту рентабельности в каждой экономике, однако приблизило момент коллапса производства.
- 8) Избыточное финансирование одной из экономик — выдача кредитов в размерах, превышающих покрытие роста издержек и процентных платежей — привело к росту рентабельности в данной экономике, впоследствии распространившемуся и на другие. Вместе с тем возросла неустойчивость показателей инфляции и цен, а после достижения лимита обеспеченности кредитов капиталом банков — ещё и производства.

4.2. Обсуждение и выводы

В целом возможности статического управления поведением моделируемой системы с целью вывода её на желаемую траекторию развития ограничены. Влияние изменения одного из начальных параметров как на уровне локальной экономики, так и для всей системы может оказаться как положительным, так и отрицательным. В лучшем случае можно установить, какой из этих двух исходов вероятнее. Точное предсказание результата управления применительно к модели даёт только компьютерный эксперимент. Вообще говоря, модель представляет собой нелинейную динами-

ческую систему, и для неё характерны общие законы поведения систем такого рода, включая принципиальную ограниченность управляемости.

Проведённые модельные эксперименты пока не изучали возможностей оптимального управления параметрами системы в течение периода её функционирования на основе принципа обратной связи. Такие эксперименты планируются и должны дать общую оценку степени управляемости моделируемой системы.

Результаты проведённых компьютерных экспериментов пока ещё не могут прямо интерпретироваться в экономическую реальность. В частности, данная версия модели уязвима для критики с учётом того, что она не претендует на точное отражение мотивации банков, заинтересованных в извлечении максимального дохода. Так, банковский процент задаётся экзогенно, а объём выдаваемых кредитов зависит, в границах финансовых нормативов, от потребности в ликвидности, в то время как банки могут иметь мотивацию к выдаче кредитов сверх экономически оправданной потребности ради увеличения массы процентного дохода. Далее, модель не принимает во внимание факторы, смягчающие шоки, в числе которых запасы продукции, хеджирование, обращение векселей, эндогенная склонность к рискам, гетероскедастичность рентабельности бизнеса.

Тем не менее, результаты моделирования дополняют знания о характерных свойствах всего класса систем, к которому, в частности, относятся реальные хозяйственные комплексы, состоящие из подсистем, связанных торговыми отношениями и способных эмитировать совместно используемые средства платежа. В дальнейшем предложенные модельные конструкции могут быть использованы при разработке более детальных моделей, в том числе имеющих прикладное значение.

Обобщение итогов проведённых компьютерных экспериментов:

- уточняет научные представления о принципиальных границах управляемости финансовых систем;
- позволяет осознать их неустранимые недостатки и условия, при которых порождаемый ими вред не слишком велик;
- даёт возможность лучше понять нелинейный, а подчас парадоксальный характер причинно-следственных связей, определяющих конкурентоспособность взаимодействующих экономик.

Список использованной литературы

1. Карев М.Г. Имитационная модель инфляции в России и оптимальная денежная политика. М.: ГУ-ВШЭ, 2008. — <http://d1.hse.ru/data/287/127/1237/Karev.pdf>, дата доступа: 03.08.2012.
2. Моисеев С. Трансмиссионный механизм денежно-кредитной политики // Финансы и кредит, 2002, № 18.
3. Светлов Н.М. Имитационная модель кредитной эмиссии // Системное моделирование социально-экономических процессов: Доклады

32-й международной научной школы-семинара 5-10 октября 2009 г. Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2009.

4. Формирование российской модели рыночной экономики: противоречия и перспективы / Под ред. К.А. Хубиева. М.: ТЕИС, 2003. — С. 262-270.
5. Bruno M., Fischer S. Seigniorage, Operating Rules, and High Inflation Trap // Quarterly Journal of Economy, №2, 1990.
6. Fleming J. Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates // International Monetary Fund Staff Papers, 1962, №9, p.369-79.
7. Kudland F., Prescott E. Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans // Journal of Political Economy, №3, 1977.
8. Mundell R. The Monetary Dynamics of International Adjustment under Fixed and Flexible Exchange Rates // Quarterly Journal of Economics, 1960, №74, p. 227-57.
9. Obsfeld M., Rogoff K. Foundations of International Macroeconomics. MIT Press, 1996.
10. R: A language and environment for statistical computing / R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2010. URL <http://www.R-project.org>.
11. Spellucci P. An SQP method for general nonlinear programs using only equality constrained subproblems // Mathematical Programming, 1998, vol. 82, p. 413-448.
12. Tamura R. RDONLP2: an R extension library to use Peter Spellucci's DONLP2 from R, 2009.
13. Yamaguchi K. Money supply and creation of deposits — SD macroeconomic model // XXII International conference of the System Dynamics Society. Oxford, UK, 2004.

Nikolai M. Svetlov

Simulation modeling of monetary policies coordination

Ключевые слова: монетарная политика, кредитная эмиссия, неравновесные цены, системная динамика.

Keywords: monetary policies, credit issue, non-equilibrium prices, system dynamics.

Приложение

Доказательство соотношений (1)

Расчёт денежной массы в предположении об отсутствии списания и паритетном обмене в обозначениях формулы (1):

$$d_{it} = d_{i,t-1} + l_{it} - l_{i,t-1} - r \cdot l_{i,t-1}. \quad (2)$$

Ограничения по размеру коммерческих кредитов в обозначениях формулы (1):

$$l_{it} \leq \mu \cdot d_{i,t-1}; \quad l_{it} \leq \lambda \cdot \rho \cdot d_{i,t-1}. \quad (3)$$

Расчёт размера капитала банков в предположении об отсутствии списания и операций с центральным банком в обозначениях формулы (1):

$$\rho \cdot d_{it} = \rho \cdot d_{i,t-1} + r \cdot l_{i,t-1}. \quad (4)$$

В стационарном режиме имеет место

$$\frac{d_{it}}{d_{i,t-1}} = \frac{w_{it}}{w_{i,t-1}} = \frac{l_{it}}{l_{i,t-1}} = k. \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) имеем

$$(k-1) \cdot \rho \cdot d_{i,t-1} = r \cdot l_{i,t-1}. \quad (6)$$

Перепишем формулу (2) в форме

$$k \cdot d_{i,t-1} = d_{i,t-1} + (r \cdot l_{i,t-1}) \cdot \frac{k}{r} - (r \cdot l_{i,t-1}) \cdot \frac{1}{r} - r \cdot l_{i,t-1}.$$

Замещая члены полученной формулы, совпадающие с правой частью уравнения (6), левой частью того же уравнения, и вынеся её за скобки, имеем

$$k \cdot d_{i,t-1} = d_{i,t-1} + (k-1) \cdot \rho \cdot d_{i,t-1} \cdot \left(\frac{k}{r} - \frac{1}{r} - 1 \right),$$

откуда

$$(k-1) \cdot d_{i,t-1} = (k-1) \cdot d_{i,t-1} \cdot \rho \cdot \left(\frac{k}{r} - \frac{1}{r} - 1 \right)$$

и, следовательно,

$$\rho \cdot \left(\frac{k}{r} - \frac{1}{r} - 1 \right) = 1.$$

Решив уравнение относительно r , получаем

$$r = \frac{\rho \cdot (k-1)}{1 + \rho}. \quad (7)$$

Формулы

$$\lambda \geq \frac{k-1}{\rho \cdot (k-r-1)} \quad \text{и} \quad \mu \geq \frac{k \cdot (k-1)}{(k-r-1)} \quad (8)$$

выводятся подстановкой неравенств (3) в выражение (2) и последующим их решением относительно λ и μ , соответственно.